ملخص حول المعادلات التفاضلية
من إعداد الأستاذ مباركي MEBARKI 2016

حلول المعادلة التفاضلية : $y'=ay$ هي : $y=ke^{ax}$. مهما كان العدد الحقيقي k.
(حيث a حقيقي غير معدوم) (تذكر أن : y هي الدالة المجهولة) MEBARKI2016
(أي لها مجموعة غير منتهية من الحلول ، كلما غيرنا قيمة k تغير الحل مثلا أحد حلولها هو $\sqrt{2}e^{ax}$ لأن قيمة $k=\sqrt{2}$)
عامة : حلول المعادلة التفاضلية $y'=ay+b$ هي : $y=ke^{ax}-\frac{b}{a}$. مهما كان العدد الحقيقي k.
(حيث a و b عددان حقيقيان و a غير معدوم)

تمرين تطبيقي : MEBARKI2016

المطلوب البحث عن حلول المعادلات التفاضلية الموجودة في السطر الأول و النتائج الأخيرة تجدها في السطر الثاني (k عدد حقيقي)

المعادلة التفاضلية	$y'=2y$	$2y'-y=0$	$y'+3y=2$	$3y'-2y+1=0$	$y=2y'-1$
الحل	$y=ke^{2x}$	$y=ke^{\frac{1}{2}x}$	$y=ke^{-3x}+\frac{2}{3}$	$y=ke^{\frac{2}{3}x}+\frac{1}{2}$	$y=ke^{\frac{1}{2}x}-1$
المعادلة التفاضلية الحل الخاص	$y'-3y=0$ $f(0)=1$	$2y'+y=0$ $f(\ln 4)=1$	$2y'+y=1$ $f(-1)=2$	$y=2y'$ $f(0)=5$	$y=-5y-3$ $f(0)=4$
الحل	$f(x)=e^{3x}$	$f(x)=2e^{-\frac{1}{2}x}$	$f(x)=e^{-\frac{1}{2}(x+1)}+1$	$f(x)=5e^{\frac{1}{2}x}$	$f(x)=7e^{-\frac{1}{5}x}-3$

مخطط أغلب تمارين المعادلات التفاضلية : تعطى معادلتين تفاضليتين من الشكل : MEBARKI2016
$y'-ay=0.........(1)$ و $y'-ay=g(x).........(2)$ حيث $g(x)$ دالة معطاة
يطلب في أحد الأسئلة حل المعادلة (1) : والجواب هو : $y=ke^{ax}$ (k عدد حقيقي)
يطلب في سؤال آخر : **1)** إما إثبات أن دالة u (تعطى عبارتها) هي حل خاص للمعادلة (2)
الجواب: هو الانطلاق من الطرف الأول (تعويض y بـ u ثم الاشتقاق و التبسيط)
و الوصول إلى الطرف الثاني أي : $u'-au=g(x)$
2) إما تعطى عبارة دالة معينة u بدلالة مجاهيل والمطلوب إيجادهم لكي تكون u حلا لـ (2)
الجواب: هو تعويض u مكان y في المعادلة (2) أي $u'-au=g(x)$ ثم الاشتقاق والتبسيط ثم المطابقة MEBARKI2016
3) إما إثبات أن دالة تآلفية u (نضع : $u(x)=ax+b$) هي حل خاص للمعادلة (2)
أو عبارة من الدرجة الثانية u(نضع : $u(x)=ax^2+bx+c$) هي حل خاص للمعادلة (2)
الجواب: بعد الفرضية (التي بين قوسين) يكون الجواب مثل الجواب الثاني
يطلب في سؤال آخر : اثبت أن الدالة v حل للمعادلة (1) إذا وفقط إذا كان $u+v$ حلا للمعادلة (2)
الجواب: نفرض أن $u+v$ حلا للمعادلة (2) يكافئ : $(u+v)'-a(u+v)=g(x)$ يكافئ $u'+v'-au-av=g(x)$
و هذا يكافئ : $(u'-au)+(v'-av)=g(x)$ لدينا u هي حل للمعادلة (2) معناه $u'-au=g(x)$
ومنه نستنتج : $g(x)+(v'-av)=g(x)$ و هذا يكافئ : $v'-av=0$ إذن v حل للمعادلة (1)
أخيرا يطلب استنتاج مجموعة حلول المعادلة (2)
الجواب: بما أن : الدالة v حل للمعادلة (1) إذا وفقط إذا كان $u+v$ حلا للمعادلة (2)
فإن مجموعة حلول المعادلة (2) : $y=u(x)+v(x)$ ثم نعوض $u(x)$ بالحل الخاص الموجود في السؤال الثاني و نعوض $v(x)$ بـ : ke^{ax}
يمكن يطلب إيجاد دالة f بشرط معين و هي حل للمعادلة (2) في هذه الحالة نقوم بتطبيق الشرط في حلول المعادلة (2) لكي نجد قيمة العدد الحقيقي k MEBARKI2016

تذكر جيدا: **" أنك (تستطيع النجاح) في حياتك الدراسية ولو كان الناس جميعا يعتقدون أنك غير ناجح .** **ولكنك (لن تنجح) أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك أنك غير ناجح."**	**الأستاذ : مباركي**